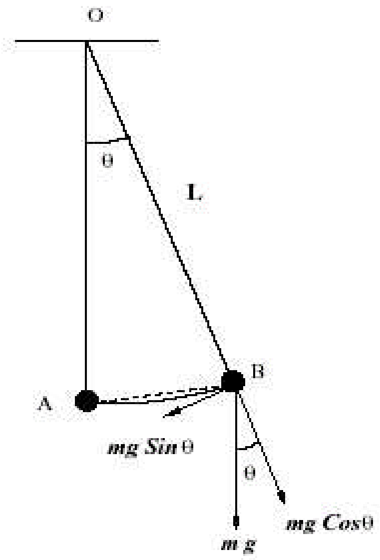
LA LEGGE DEL PERIODO DEL PENDOLO SEMPLICE

Richiami teorici



Un pendolo semplice è un piccolo pesetto vincolato ad un sostegno per mezzo di un filo flessibile, inestensibile e di massa trascurabile. La posizione d'equilibrio del pendolo è quella nella quale il centro di sospensione, il filo teso, e il centro del pesetto sono allineati lungo la verticale. Se si allontana il pesetto dalla posizione di equilibrio lasciandolo libero, esso inizia ad oscillare attorno a questa posizione. Il periodo del pendolo T è il tempo che esso impiega a compiere una oscillazione completa, cioè a tornare nella posizione da cui è partito e nelle stesse condizioni di movimento.
La Meccanica Classica mostra che l'equazione del periodo del pendolo semplice di lunghezza *L* è:

$$(1) \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \cdot \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 sen^2\frac{\theta}{2} + \left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\right)^2 sen^4\frac{\theta}{2} + ...\right]$$

ove g è l'accelerazione di gravità e θ è l'angolo corrispondente al massimo scostamento del pendolo dalla configurazione di equilibrio. Già per ampiezze di oscillazioni θ < 15° la quantità in parentesi differisce dall'unità per meno dello 0.5 % per cui possiamo scrivere la legge del periodo come:

$$(2) \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Applicando le leggi della meccanica classica, il periodo di oscillazione del pendolo per grandi angoli può essere trovato risolvendo l'equazione del moto:

$$(4) \quad \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega^2 \sin\theta$$

Non ci sono esatte soluzioni della (4) perché tali soluzioni sono espresse in termini di integrali ellittici:

$$T = \left(\frac{2}{\pi}\right) T_o \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - \sin^2\left(\frac{\theta_m}{2}\right)\sin^2\theta}}$$

Perciò per la soluzione della (4) riutilizzano varie approssimazioni, come la (1) o la seguente più famosa e pratica formulata da Bernoulli nel 1749:

$$(5) \quad T = T_0\left(1 + \frac{\theta_m^2}{16}\right)$$